



东图学术快报

Academic express of SEU LIB

前沿经典

学科热点

学术动态

工具助手

2022 年数学学科研究前沿

2023-第 8 期

科学研究的世界呈现出蔓延生长、不断演化的景象。科研管理者和政策制定者需要掌握科研的进展和动态，以有限的资源来支持和推进科学进步。对于他们而言，洞察科研动向、尤其是跟踪新兴专业领域对其工作具有重大的意义。

科睿唯安通过持续跟踪全球最重要的科研和学术论文，研究分析论文被引用的模式和聚类，通过揭示成簇的高被引论文共同被引用的活跃度和频率来反映研究前沿。

本期快报结合中国科学院科技战略咨询研究院、中国科学院文献情报中心及科睿唯安联合发布的《2022 研究前沿》，介绍数学学科的部分研究前沿。

CONTACT US

联系电话：025-52090336

办公地址：李文正图书馆 B401 室

本期编辑：王旭峰



《2022 研究前沿》¹报告的结论指出：位居前十位的热点前沿主要集中于最佳子集选择、Tau-Tilting 有限代数、基于深度学习的高维偏微分方程数值算法、非线性时间分数阶反应-扩散方程、无导数优化方法、相场模型的高精度能量稳定数值格式、神经网络的最优逼近、8 维及 24 维空间等体球体最密堆积问题、稳定算子的正则理论、维诺格拉多夫中值定理中主要猜想的证明等研究方向。

与往年相比，2022 年 Top 10 热点前沿既有延续又有发展。其中，偏微分方程性质及求解研究连续多年入选数学领域的热点前沿。本快报向大家重点介绍**基于深度学习的高维偏微分方程数值算法**这一研究前沿。



2022 该领域研究前沿相关报道

偏微分方程是指未知函数及其偏导数的方程，用于描述自变量、未知函数及未知函数偏导数之间的关系。自十八世纪瑞士数学家欧拉在其著作中最早提出弦振动二阶方程，偏微分方程逐渐成为描述客观物理世界规律最重要的数学工具之一，在电磁学、热力学、流体力学、量子力学、几何学等学科中都有重要应用。直至今日，偏微分方程已经成为当代数学一个重要的组成部分，是把纯粹数学的许多分支和自然科学及工程技术等领域联系起来的一座重要的桥梁。

偏微分方程相关研究是历年研究前沿的关注热点，如 2016 年“几类偏微分方程的求解”、2018 年“几类典型非线性发展偏微分方程的求解及其在流体力学、电磁学等领域的应用”、2021 年“高维非线性偏微分方程的求解方法”等。当前，由于偏微分方程计算成本随维数增高呈指数增长的“维数灾难”问题，发展高维偏微分方程的有效数值算法一直是应用数学中最具挑战性的任务之一。2022 年“基于深度学习的高维偏微分方程数值算法”热点前沿便旨在应对这一挑战，相较于传统的数值算法，其关注高维偏微分方程近似求解的新兴深度学习方法，不但能节省巨大的存储和计算成本，而且使用简便、通用性更强。

¹ 《2022 研究前沿》下载地址：https://mp.weixin.qq.com/s/D4nOmSi9PdBcV_xfVpsHPg



该领域前沿论文推荐

利用 ESI 数据库的 “Research Fronts” , 从 MATHEMATICS 领域的 549 个研究前沿中筛选出与**基于深度学习的高维偏微分方程数值算法**相关性最高的 4 个前沿

前沿 1: SOLVING HIGH-DIMENSIONAL PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS;SOLVING PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS;HIGH-DIMENSIONAL PARABOLIC PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS;NONLINEAR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS;PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

前沿 2: NONLINEAR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS;LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS;NUMERICAL GAUSSIAN PROCESSES;GAUSSIAN PROCESSES;MACHINE LEARNING

前沿 3: THEORETICAL ANALYSIS;CONVERGENCE ANALYSIS;NONLINEAR FRACTIONAL-ORDER PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS;TIME-FRACTIONAL BIOLOGICAL POPULATION MODEL;JAFARI DECOMPOSITION METHOD

前沿 4: NONLINEAR TIME-FRACTIONAL PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS;MODIFIED VARIATIONAL ITERATION ALGORITHM-II;CONVENTIONAL SOLUTIONS;DIFFUSION MODELS;NEW PERSPECTIVE

下表是上述前沿中筛选出来的该领域中近年来代表性的 5 篇前沿论文。

序号	标题	作者	出处	研究机构	出版年
1	PHYSICS-INFORMED NEURAL NETWORKS: A DEEP LEARNING FRAMEWORK FOR SOLVING FORWARD AND INVERSE PROBLEMS INVOLVING NONLINEAR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS	RAISSI, M;PERDIKARIS, P;KARNI ADAKIS, GE	JOURNAL OF COMPUTATIONAL PHYSICS 378: 686-707 FEB 1 2019	BROWN UNIVERSITY;UNIVERSITY OF PENNSYLVANIA;	2019

2	SOLVING HIGH-DIMENSIONAL PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS USING DEEP LEARNING	HAN, J;JENTZEN, A;WEINMAN, E	PROCEEDINGS OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE UNITED STATES OF AMERICA 115 (34): 8505-8510 AUG 21 2018	BEIJING INST BIG DATA RES;SWISS FEDERAL INSTITUTES OF TECHNOLOGY DOMAIN;PRINCETON UNIVERSITY;ETH ZURICH;	2018
3	DGM: A DEEP LEARNING ALGORITHM FOR SOLVING PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS	SIRIGNANO, J;SPILOPOULOS, K	JOURNAL OF COMPUTATIONAL PHYSICS 375: 1339-1364 DEC 15 2018	BOSTON UNIVERSITY;UNIVERSITY OF ILLINOIS URBANA-CHAMPAIGN;UNIVERSITY OF ILLINOIS SYSTEM;	2018
4	NUMERICAL GAUSSIAN PROCESSES FOR TIME-DEPENDENT AND NONLINEAR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS	RAISSI, M;PERDIKARIS, P;KARNIADAKIS, GE	SIAM JOURNAL ON SCIENTIFIC COMPUTING 40 (1): A172-A198 2018	BROWN UNIVERSITY;MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY (MIT);	2018
5	A UNIFIED DEEP ARTIFICIAL NEURAL NETWORK APPROACH TO PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS IN COMPLEX GEOMETRIES	BERG, J;NYSTRÖM, K	NEUROCOMPUTING 317: 28-41 NOV 23 2018	UPPSALA UNIVERSITY;	2018



该领域 ESI 高被引及热点论文推荐

在 Web of Science 中, 构建检索式(TS=(Deep learning) OR TS=(Deep-learning) OR TS=(machine learning) OR TS=(machine-learning)) AND (TS=(High-dimensional partial differential) OR TS=(High dimensional partial differential)). 截止 2023 年 4 月 4 日, 共有 178 条检索结果。在这些结果中, 发表量最多的机构见下表。

机构名称	发文数
SWISS FEDERAL INSTITUTES OF TECHNOLOGY DOMAIN	14
UNIVERSITY OF CALIFORNIA SYSTEM	11
ETH ZURICH	10
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES	7
UNITED STATES DEPARTMENT OF ENERGY DOE	7
UNIVERSITY OF MUNSTER	7
UNIVERSITY OF NOTRE DAME	7
BROWN UNIV	6
BROWN UNIVERSITY	6
PRINCETON UNIVERSITY	6
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY	6
UDICE FRENCH RESEARCH UNIVERSITIES	6

筛选其中 2020 年以来的高被引及热点论文, 共有 6 篇, 具体详情如下:

1.标题: Algorithms for solving high dimensional PDEs: from nonlinear Monte Carlo to machine learning

作者: Weinan, E (Weinan, E.); Han, JQ (Han, Jiequn); Jentzen, A (Jentzen, Arnulf)

来源出版物: NONLINEARITY 卷: 35 期: 1 页: 278-310 **DOI:** 10.1088/1361-6544/ac337f **出版年:** JAN 6 2022

Web of Science 核心合集中的 "被引频次": 19

被引频次合计: 19

入藏号: WOS:000728959900001

地址: [Weinan, E.; Jentzen, Arnulf] Peking Univ, Sch Math Sci, Beijing, Peoples R China.

[Weinan, E.; Han, Jiequn] Princeton Univ, Dept Math, Princeton, NJ 08544 USA.

[Weinan, E.] Princeton Univ, Program Appl & Computat Math, Princeton, NJ 08544 USA.

[Han, Jiequn] Flatiron Inst, Ctr Computat Math, New York, NY 10010 USA.

[Jentzen, Arnulf] Univ Munster, Appl Math Inst Anal & Numer, Munster, Germany.

[Jentzen, Arnulf] Chinese Univ Hong Kong, Sch Data Sci, Shenzhen, Peoples R China.

[Jentzen, Arnulf] Chinese Univ Hong Kong, Shenzhen Res Inst Big Data, Shenzhen, Peoples R China.

通讯作者地址: Han, JQ (通讯作者), Princeton Univ, Dept Math, Princeton, NJ 08544 USA.

Han, JQ (通讯作者), Flatiron Inst, Ctr Computat Math, New York, NY 10010 USA.

电子邮件地址: jiequnhan@gmail.com; ajentzen@uni-muenster.de

2.标题: Analysis of the Generalization Error: Empirical Risk Minimization over Deep Artificial Neural Networks Overcomes the Curse of Dimensionality in the Numerical Approximation of Black-Scholes Partial Differential Equations

作者: Berner, J (Berner, Julius); Grohs, P (Grohs, Philipp); Jentzen, A (Jentzen, Arnulf)

来源出版物: SIAM JOURNAL ON MATHEMATICS OF DATA

SCIENCE 卷: 2 期: 3 页: 631-657 DOI: 10.1137/19M125649X 出版年: 2020

Web of Science 核心合集中的 "被引频次": 44

被引频次合计: 44

入藏号: WOS:000646586600004

地址: [Berner, Julius; Grohs, Philipp] Univ Vienna, Fac Math, A-1090 Vienna, Austria.

[Grohs, Philipp] Univ Vienna, Res Platform DataSci UniVienna, A-1090 Vienna, Austria.

[Jentzen, Arnulf] Swiss Fed Inst Technol, Dept Math, Zurich, Switzerland.

[Jentzen, Arnulf] Univ Munster, Fac Math & Comp Sci, D-48149 Munster, Germany.

通讯作者地址: Berner, J (通讯作者), Univ Vienna, Fac Math, A-1090 Vienna, Austria.

电子邮件地址: julius.berner@univie.ac.at; philipp.grohs@univie.ac.at; ajentzen@uni-muenster.de

3.标题: Physics-informed machine learning

作者: Karniadakis, GE (Karniadakis, George Em); Kevrekidis, IG (Kevrekidis, Ioannis G.);

Lu, L (Lu, Lu); Perdikaris, P (Perdikaris, Paris); Wang, SF (Wang, Sifan); Yang, L (Yang, Liu)

来源出版物: NATURE REVIEWS PHYSICS **卷:** 3 **期:** 6 **页:** 422-

440 **DOI:** 10.1038/s42254-021-00314-5 **提前访问日期:** MAY 2021 **出版年:** JUN 2021

Web of Science 核心合集中的 "被引频次": 582

被引频次合计: 588

入藏号: WOS:000653612800001

地址: [Karniadakis, George Em; Yang, Liu] Brown Univ, Div Appl Math, Providence, RI 02912 USA.

[Karniadakis, George Em] Brown Univ, Sch Engr, Providence, RI 02912 USA.

[Kevrekidis, Ioannis G.] Johns Hopkins Univ, Dept Chem & Biomol Engr, Baltimore, MD USA.

[Kevrekidis, Ioannis G.] Johns Hopkins Univ, Dept Appl Math & Stat, Baltimore, MD USA.

[Lu, Lu] MIT, Dept Math, Cambridge, MA 02139 USA.

[Perdikaris, Paris] Univ Penn, Dept Mech Engr & Appl Mech, Philadelphia, PA 19104 USA.

[Wang, Sifan] Univ Penn, Grad Grp Appl Math & Computat Sci, Philadelphia, PA 19104 USA.

通讯作者地址: Karniadakis, GE (通讯作者), Brown Univ, Div Appl Math, Providence, RI 02912 USA.

Karniadakis, GE (通讯作者), Brown Univ, Sch Engr, Providence, RI 02912 USA.

电子邮件地址: george_karniadakis@brown.edu

4.标题: DEEP BACKWARD SCHEMES FOR HIGH-DIMENSIONAL NONLINEAR PDES

作者: Hure, C (Hure, Come); Pham, H (Huyen Pham); Warin, X (Warin, Xavier)

来源出版物: MATHEMATICS OF COMPUTATION **卷:** 89 **期:** 324 **页:** 1547-1579 **DOI:** 10.1090/mcom/3514 **出版年:** JUL 2020

Web of Science 核心合集中的 "被引频次": 40

被引频次合计: 40

入藏号: WOS:000525355900001

地址: [Hure, Come; Huyen Pham] Paris Diderot Univ, Lab Probabilites Stat & Modelisat, F-75013 Paris, France.

[Huyen Pham] Ctr Res Econ & Stat ENSAE, Paris, France.

[Huyen Pham] Finance & Marche Energie, Paris, France.

[Warin, Xavier] EDF R&D, Site Clamart, 1 Ave Gen Gaulle, F-92141 Clamart, France.

通讯作者地址: Hure, C (通讯作者), Paris Diderot Univ, Lab Probabilites Stat & Modelisat, F-75013 Paris, France.

电子邮件地址: hure@lpsm.paris; pham@lpsm.paris; xavier.warin@edf.fr

5.标题: Surrogate modeling for fluid flows based on physics-constrained deep learning without simulation data

作者: Sun, LN (Sun, Luning); Gao, H (Gao, Han); Pan, SW (Pan, Shaowu); Wang, JX (Wang, Jian-Xun)

来源出版物: COMPUTER METHODS IN APPLIED MECHANICS AND

ENGINEERING 卷: 361 文献号: 112732 DOI: 10.1016/j.cma.2019.112732 出版

年: APR 1 2020

Web of Science 核心合集中的 "被引频次": 208

被引频次合计: 214

入藏号: WOS:000508937500031

地址: [Sun, Luning; Gao, Han; Wang, Jian-Xun] Univ Notre Dame, Dept Aerosp & Mech Engr, Notre Dame, IN 46556 USA.

[Sun, Luning; Gao, Han; Wang, Jian-Xun] Univ Notre Dame, Ctr Informat & Computat Sci, Notre Dame, IN 46556 USA.

[Pan, Shaowu] Univ Michigan, Dept Aerosp Engr, Ann Arbor, MI 48109 USA.

通讯作者地址: Wang, JX (通讯作者), Univ Notre Dame, Dept Aerosp & Mech Engr, Notre Dame, IN 46556 USA.

电子邮件地址: jwang33@nd.edu

6.标题: A composite neural network that learns from multi-fidelity data: Application to function approximation and inverse PDE problems

作者: Meng, XH (Meng, Xuhui); Karniadakis, GE (Karniadakis, George Em)

来源出版物: JOURNAL OF COMPUTATIONAL PHYSICS 卷: 401 文献

号: 109020 **DOI:** 10.1016/j.jcp.2019.109020 **出版年:** JAN 15 2020

Web of Science 核心合集中的 "被引频次": 135

被引频次合计: 139

入藏号: WOS:000501350300033

地址: [Meng, Xuhui; Karniadakis, George Em] Brown Univ, Div Appl Math, Providence, RI 02912 USA.

[Karniadakis, George Em] Pacific Northwest Natl Lab, Richland, WA 99354 USA.

通讯作者地址: Karniadakis, GE (通讯作者), Brown Univ, Div Appl Math, Providence, RI 02912 USA.

电子邮件地址: george_karniadakis@brown.edu